ἔλεγχος
Volumen 7, Nº 1
Marzo 2024
ISSN: 2393-6819

LA TESIS GENERALIZADA DE TARSKI EN CLAVE ELUCIDATORIA[1]

GENERALIZED TARSKI'S THESIS IN ELUCIDATORY TERMS

Alejandro Chmiel Llera
FHCE,UdelaR
alejandro.chmiel@gmail.com

Guillermo Nigro Puente
CFE,ANEP
guillenigropuente@gmail.com

Recibido: 13/11/2023
Aceptado: 20/11/2023

Resumen: Una pieza clave del pluralismo lógico de Beall y Restall es la llamada *Tesis Generalizada de Tarski* (TGT). En su clásico libro *Logical Pluralism*, ellos afirman que esta tesis es una afirmación "del mismo tipo" que la tesis de Church-Turing (Beall y Restall, 2006, p. 25). El objetivo del artículo es mostrar con cierto detalle la *dificultad* que involucra elaborar la analogía entre ambas tesis. A tales efectos, describimos lo que llamaremos "enfoque elucidatorio" de las tesis, con base en un modo usual de entender la tesis de Church-Turing, a la cual Beall y Restall suscriben. Posteriormente, identificamos tres características de TGT y, con base en ellas, argumentamos que TGT no es asimilable a la perspectiva elucidatoria de la tesis de Church-Turing.

Palabras clave: pluralismo lógico, Tesis Generalizada de Tarski, Tesis de Church-Turing, elucidación.

Abstract: A key piece of Beall and Restall's logical pluralism is the so-called *Generalized Tarski's Thesis* (GTT). Their classic book *Logical Pluralism* claims that this thesis is a statement "of the same kind" as Church-Turing Thesis (Beall and Restall, 2006, p. 25). The aim of the article is to show in some detail the difficulty involved in elaborating the analogy between the two theses. For this purpose, we describe what we will call the 'elucidatory approach' to the theses, based on a usual way of understanding Church-Turing Thesis, to which Beall and Restall subscribe. Subsequently, we identify three features of GTT and, based on them, argue that GTT needs to be more assimilable to the elucidatory perspective of Church-Turing Thesis.

Keywords: logical pluralism, Generalized Tarski's Thesis, Church-Turing Thesis, elucidation.

[1] Agradecimientos:
Agradecemos a José Seoane, Matías Osta, Cristian Novelli por sus comentarios y sugerencias a versiones preliminares de este trabajo, así como el intercambio realizado durante el Coloquio "Elucidación, Pluralismo lógico y Desacuerdos profundos". Así mismo, agradecemos los comentarios y sugerencias de dos árbitros anónimos que contribuyeron sustantivamente a mejorar el artículo. Este artículo fue realizado en el marco del proyecto de investigación "Consecuencia lógica, pluralismo y normatividad" (CSIC I+D - 572), el cual fue financiado por la Comisión Sectorial de Investigación Científica en el año 2020.

1. Introducción

La discusión actual sobre el pluralismo lógico está influenciada por la publicación de *Logical Pluralism*, donde Beall y Restall defienden un pluralismo de *conceptos de consecuencia lógica* (Beall y Restall, 2006). En este sentido, se diferencian de otros modos de entender el pluralismo lógico, tales como el pluralismo de *lenguajes* (Carnap, 2014), o el pluralismo de *sistemas formales consistentes* defendido en Shapiro (2014).

En el capítulo 3 (*Pluralism Defined*) caracterizan su pluralismo de un modo sintético por medio de una Tesis, a saber, la *Tesis Generalizada de Tarski* (TGT). La misma dice que *un argumento es válido$_x$ si y sólo si en todos los casos$_x$ en que las premisas son verdaderas, la conclusión también lo es* (Beall y Restall, 2006, p. 29). El pluralismo lógico se sigue si aceptamos la tesis, y además, reconocemos que la misma tiene al menos dos instancias legítimas, es decir, que existen al menos dos lógicas que respetan el núcleo del concepto de consecuencia lógica (la transmisión de la verdad en todos los casos) pero que difieren en el modo en que definen su semántica formal (el modo en que definen caso$_x$ y verdad en un caso$_x$), incluso pudiendo ser lógicas incompatibles entre sí.

Antes de presentar la Tesis Generalizada de Tarski, los autores discuten la Tesis de Church-Turing con la finalidad de ilustrar "the *kind* of claim involved in logical pluralism" (Beall y Restall, 2006, p. 25. Énfasis de los autores), es decir, señalan que la Tesis que está siendo presentada es un enunciado del "mismo tipo" que la tesis de Church-Turing. De este modo, aunque toman ciertas precauciones, asumen esta terminología y colocan la Tesis Generalizada de Tarski en el linaje de la famosa Tesis de Church-Turing, la cual ha sido ampliamente discutida.

Sin embargo, tratar la Tesis de Church-Turing y la Tesis Generalizada de Tarski como siendo parte de un mismo *tipo* de tesis, es decir, tratarlas de un modo indiferenciado, es problemático por varias razones que serán desarrolladas a lo largo del artículo. Al mismo tiempo, dicha analogía podría obstaculizar la comprensión de la Tesis Generalizada de Tarski, en la medida en que como analogía no es lo suficientemente clara. En este sentido, el propósito del trabajo es discutir críticamente dicha analogía entre ambas tesis, para lo cual, vamos a mostrar las dificultades que involucra elaborar una analogía entre ellas. En particular, las dificultades respecto del estatus del *enunciado* TGT y sus instancias como tesis, así como las dificultades de justificar TGT apelando a las estrategias de justificación y crítica elucidatoria. Este examen no pretende ofrecer razones en favor o en contra de la aceptación de TGT, ni de la posición pluralista de Beall y Restall. En efecto, incluso en el caso de que TGT no guardara *ningún* parecido relevante con la tesis de Church-Turing, esto de por sí no implicaría que TGT deba rechazarse.

El desarrollo del trabajo sigue el siguiente itinerario. En la sección 2.1 presentamos una perspectiva *elucidatoria* sobre la tesis de Church-Turing en la cual planteamos cuatro características que han sido señaladas habitualmente en la discusión sobre la misma, las cuales *generalmente* estaríamos dispuestos a atribuir a lo que llamamos *tesis* en este contexto teórico. Esto se debe, en buena medida, a que la tesis de Church-Turing ha tenido un rol estructurante en la discusión sobre las tesis o incluso ha sido un caso ejemplar en el sentido kuhniano del término, por lo cual, es razonable aplicarlas en la discusión sobre otras tesis; es decir, entender otras tesis del mismo modo en que entendemos la tesis de Church-Turing. Aunque, desde luego, no estamos afirmando que las mismas pertenezcan *necesariamente* a cualquier tesis[2]. En la

[2] El rol estructurante que tiene la tesis de Church-Turing en la discusión elucidatoria sobre las tesis puede resultar análogo al que ha tenido la lógica de primer orden en relación con la discusión sobre otros sistemas lógicos, como dice Seoane, utilizando la idea kuhneana de ejemplar "los esfuerzos de Turing y Church, en el ámbito de la matemática del siglo pasado, constituyeron auténticos 'ejemplares' elucidatorios. Dicho de otra forma, la tesis de

sección 2.2 mostramos que Beall y Restall reconocen dichas características en su presentación de la tesis de Church-Turing. Por otra parte, en la sección 3 se describe TGT y se identifican tres características de la misma que son problemáticas, si sostenemos la analogía con la tesis de Church-Turing. Por un lado, dichas características establecen una tensión entre TGT y la perspectiva elucidatoria que planteamos en la sección 2.1. Dicha tensión se verá reafirmada en la sección 4.1, donde ofrecemos una serie de argumentos orientados a mostrar que TGT no es una tesis en el mismo sentido en que lo es la tesis de Church-Turing. Por otro lado, más allá de los problemas de la analogía, en la sección 4.2 mostramos que, si entendemos TGT como estableciendo una "condición prescriptiva" para lo que es una lógica, y no como un enunciado que establece una relación entre dos conceptos (como sería el caso de la tesis de Church-Turing), entonces podemos utilizar algunas estrategias de justificación que se aplican sobre la tesis de Church-Turing para defender TGT. Finalmente, en la sección 5 se recapitulan los resultados obtenidos y se plantean algunas posibilidades tentativas respecto del modo en que debemos entender el uso que hacen Beall y Restall de la noción de Tesis, cuando introducen la Tesis Generalizada de Tarski.

2. Tesis de Church-Turing

2.1. El enfoque elucidatorio

Aunque existen otras *tesis* en el contexto de la lógica y de la matemática, es claro que la tesis de Church-Turing es la que ha suscitado mayor discusión[3]. Se trata de una tesis ampliamente reconocida y aceptada por la mayor parte de los lógicos, científicos de la computación y matemáticos, siendo parte del modo en que se discuten algunos teoremas en lógica y teoría de la computación[4]. Además, se puede decir que el debate filosófico en relación con la misma ha introducido un conjunto de problemas que orientan y estructuran la discusión sobre otras tesis en lógica y matemática, convirtiendo a la tesis de Church-Turing en un caso paradigmático de tesis o ejemplar[5]. Nuestra intención es la de sintetizar, en cuatro características, una práctica habitual, un conjunto de cuestiones presentes en las discusiones corrientes sobre la tesis de Church-Turing[6].

Una formulación estándar de la tesis de Church-Turing dice que:

> Una función es *computable* si y sólo si es *recursiva* (o Turing-computable)[7].

Church podría quizá considerarse como ejemplar (en relación con las restantes tesis), de un modo análogo a la lógica de primer orden (en relación con las restantes 'lógicas')" Seoane (2020, pp.43-44).

[3] Existen otras Tesis en lógica y matemática, en particular, la Tesis de Tarski y la Tesis de Hilbert. Sin embargo, la discusión sobre dichas Tesis es más acotada que el caso de la Tesis de Church-Turing.

[4] Véase Boolos, G. S., Burgess, J. P., y Jeffrey, R. C. (2002, § 7.2).

[5] En parte es por esta razón que Beall y Restall discuten la Tesis de Church-Turing antes de discutir la Tesis Generalizada de Tarski. Otro ejemplo es el clásico artículo de Mendelson (1990), que amplía la noción de Tesis a otros ejemplos dentro de la lógica y de la matemática, y en primer lugar discute la Tesis de Church-Turing, ocupando ese rol paradigmático que hemos señalado, es decir, la Tesis de Church-Turing parece un caso ejemplar para la discusión elucidatoria sobre las tesis en el sentido kuhneano, como hemos sugerido.

[6] De este modo, no enmarcamos el problema en la clave de un "modelo elucidatorio" específico, como los de Carnap (1962) o Quine (2013).

[7] Decimos función recursiva como una abreviación de función recursiva parcial.

Parte de la dificultad que surge en las discusiones sobre la tesis de Church-Turing está en el modo en que debe entenderse dicho enunciado, y en ese sentido, en el concepto mismo de tesis[8]. Por lo pronto, en lo fundamental las tesis son *enunciados* o son expresadas por medio de enunciados cuya estructura es la de un bicondicional. Del lado izquierdo del mismo encontramos el concepto pre-teórico de función computable, que como es sabido se trata de un concepto que no es matemáticamente preciso[9]. Del lado derecho encontramos un concepto preciso, definido matemáticamente, a saber, el concepto de función recursiva o función Turing-computable[10]; es decir, se trata de un concepto teórico inmerso plenamente en la matemática.

Que el concepto pre-teórico de función computable sea impreciso significa que su extensión no está claramente definida, aunque se trata de un concepto que está en *uso* por los matemáticos. Esto es importante, pues los esfuerzos de Church, Turing, Gödel, entre otros, estaban orientados a captar con precisión matemática un concepto con el que estaban familiarizados y con el cual de hecho estaban trabajando. En otras palabras: aunque el concepto de algoritmo fuera impreciso, es decir, que su extensión no estuviera completamente determinada, los matemáticos reconocían con total claridad muchos ejemplos de algoritmos, los cuales debían quedar representados o capturados por el concepto teórico o formal que se fuera a postular. En cierto modo, al menos parte de su extensión estaba dada antes de que aparecieran los conceptos teóricos que fueron propuestos. Por otra parte, el concepto de función recursiva es un concepto definido matemáticamente, y en este sentido, tiene límites precisos, es decir, tiene una extensión claramente definida. Desde este enfoque, la tesis establece una *relación* entre ambos conceptos, en particular, afirma que *todas* las funciones computables son recursivas; ya que el recíproco no es problemático, pues todas las funciones recursivas se pueden entender como funciones computables, en el sentido pre-teórico[11].

El problema inmediato está en determinar los procedimientos mediante los cuales podemos justificar una afirmación de ese tipo o dar razones para aceptarla. Por supuesto, la vaguedad del concepto de función computable inhibe una respuesta matemáticamente precisa al problema[12].

Señalemos cuatro puntos centrales a la hora de plantear la discusión sobre la tesis de Church-Turing desde una perspectiva elucidatoria[13]:

I. El enunciado de la tesis de Church-Turing establece una *relación* entre un concepto pre-teórico y otro teórico, donde el segundo es *epistémicamente superior* al primero[14].
II. La tesis de Church-Turing afirma la *coextensionalidad* entre ambos conceptos.

[8] Hay una compleja discusión sobre el estatus de la Tesis de Church-Turing, a saber, si se trata de una hipótesis empírica, una definición, un axioma, o incluso si la mejor opción es tratarla como una elucidación carnapiana, tal como en Quinon (2021) y De Benedetto (2021). Una exposición panorámica sobre la discusión del estatus de la tesis puede encontrarse en Murawski y Wolenski (2006).

[9] "The intuitive notion of an effectively computable function is the notion of a function for which there are definite, explicit rules, following which one could in principle compute its value for any given arguments." (Boolos, G. S., Burgess, J. P., y Jeffrey, R. C., 2002, p.63). En una definición intuitiva de este tipo no está claro que es exactamente una *regla* que permite computar el valor de la función para un determinado argumento. Sin embargo, aunque el concepto de función efectivamente computable no sea matemáticamente preciso, es lo suficientemente claro como para orientar la investigación, e incluso, en algunos contextos, puede ser tolerable ese nivel de imprecisión.

[10] Véase Boolos, G. S., Burgess, J. P., y Jeffrey, R. C. (2002, p.25).

[11] "It will be obvious from the definition that Turing-computable functions are effectively computable" Boolos, G. S., Burgess, J. P., y Jeffrey, R. C. (2002, p.23).

[12] Considerar que la justificación de la tesis no puede ser un teorema, es algo que se ha reconocido desde un principio, y en parte es justamente por eso que se introdujo dicha terminología (véase Kleene, 1987). Sin embargo, no hay un consenso sobre este tema, o en todo caso, es parte de la discusión.

[13] Véase Mendelson (1990) y Seoane (2017).

[14] Seoane (2017) denomina esto como *condición epistémica* presente en cualquier elucidación matemática.

III. La justificación de la tesis involucra por lo menos dos tipos de argumento[15]:
   A. Argumentos que apelan a evidencia empírica.
   B. Argumentos que apelan a evidencia conceptual.
IV. La tesis está abierta a una crítica extensional, es decir, a que se presenten posibles contraejemplos.

El punto (I) introduce una condición mínima para que un concepto sea candidato a concepto teórico en una elucidación, a saber, que sea *preciso* o *más preciso que* el concepto pre-teórico. En efecto, el concepto teórico es epistémicamente superior en la medida en que resulta apto para la labor científica en cuestión; en el caso que nos ocupa, evidentemente, el concepto de "Turing-computable" permite formular con precisión problemas tales como el *Entscheidungsproblem*, cosa que no está al alcance del concepto pre-teórico de función computable.

Aquí conviene detenerse en una cuestión que, hasta donde sabemos, no suele ser destacada en las discusiones filosóficas sobre la metodología elucidatoria: la tesis de Church-Turing no se propone con el objetivo de *eliminar* una noción *problemática* (aunque valiosa), debido a que la misma conlleve paradojas, sino que el énfasis está en formular con precisión matemática un problema (o una familia de problemas) que no puede formularse correctamente con la noción pre-teórica, debido a su vaguedad. En este sentido, Church afirma en su célebre artículo de 1936 que su *objetivo* es introducir la tesis "in terms of which problems of this class are often stated, and to show, by means of an example, that not every problem of this class is solvable" (Church, 1936, p. 346). Luego, el valor de la tesis está en que si la aceptamos podemos emplear el concepto teórico para *formular (y eventualmente resolver) matemáticamente una familia* de problemas que interesa investigar[16].

El punto (II) señala que la tesis afirma la "co-extensionalidad" de los conceptos teórico y pre-teórico. Si bien este punto se refiere al *enunciado* de la tesis y su estructura lógica (bicondicional), la adecuada comprensión del mismo en el contexto de la tesis de Church-Turing demanda tener presente algunas características de esta equivalencia, pues, sin ellas, las estrategias argumentales no se comprenderán en su correcta dimensión. En primer lugar, "co-extensionalidad" no puede tomarse en su sentido lógico estricto; la razón es que la naturaleza "vaga" del concepto pre-teórico implica que sus límites no son igual de precisos que los del concepto teórico (recuérdese el punto (I)). Luego, resulta difícil sostener que los argumentos en *favor* de la tesis sean concluyentes, y la comprensión de la estrategia (III) depende sustantivamente de esta situación.

En segundo lugar, las estrategias de justificación y crítica elucidatoria asumen un "sentido de la equivalencia" que es el que demanda una justificación particular, a saber, el sentido de izquierda-a-derecha del enunciado de la tesis, es decir, lo que se pretende argumentar es que el concepto de función recursiva capta todo lo que debe captar, –i.e. si toda función computable es también una función recursiva[17]. Esto se debe a que, como se señaló

[15] Estos tipos de argumentos se encuentran en Mendelson (1990) y también, de un modo más articulado, pero como parte de la discusión sobre la Tesis de Hilbert, los podemos encontrar en Seoane (2017).

[16] Esto contrasta con las preocupaciones e inquietudes que impulsaron los modelos elucidatorios de Carnap, Quine o Tarski (particularmente del segundo). En estos casos las elucidaciones están fuertemente motivadas por los problemas que el concepto pre-teórico genera, –i.e. las paradojas. Canónicos son los casos de "conjunto" (paradojas de Russell y Burali-Forti), "verdad" (paradoja del mentiroso), o "descripción definida" (paradojas del "no ser"). De esta manera, una característica fundamental de las elucidaciones es eliminar esas paradojas y eso conducía a "arbitrar" la extensión del concepto pre-teórico por medio de un concepto epistémicamente superior, –i. e. el concepto teórico.

[17] Gomez-Torrente (2008) se refiere a la tesis de Church-Turing como una tesis de coextensionalidad. Sin embargo, en este trabajo nos mantendremos imparciales respecto del trasfondo de dos perspectivas elucidatorias encontradas en relación con este punto, a saber, la perspectiva carnapiana y la perspectiva kreiseliana. De acuerdo

anteriormente, este recíproco no es problemático, pues todas las funciones recursivas se pueden entender como funciones computables, en el sentido pre-teórico. En consecuencia, el concepto pre-teórico tiene una función en la argumentación y crítica elucidatoria que le otorga un cierto carácter "dado" o "independiente" del concepto teórico. Esto no viene justificado ni forzado por un cierto "modelo elucidatorio", sino que emerge del sentido de la equivalencia, y esto es un dato de la práctica matemática que estamos sintetizando muy esquemáticamente. De esta manera, la fuerza crítica de la estrategia (IV) se explica en buena medida por el sentido de la equivalencia. Teniendo esto presente, pasemos a considerar las estrategias (III) y (IV).

El punto (III) refiere a las razones que habitualmente se ofrecen para justificar la coextensionalidad entre ambos conceptos. Por un lado, se suele decir que existe una fuerte evidencia empírica a favor de la tesis, por ejemplo, cuando se dice que "that every effectively computable function is Turing-computable, has been confirmed for the very large number of cases in which it has been tested" (Mendelson, 1990, p.228). El hecho de que muchos expertos en el área no hayan encontrado contraejemplos a la tesis, es decir, funciones intuitivamente computables que no sean recursivas, es una evidencia a favor de la tesis, pero no es suficiente para afirmar la coextensionalidad. Este tipo de evidencia empírica es lo que queda recogido en el punto (III.A). Ahora bien, aunque hayamos verificado que una enorme cantidad de casos de funciones computables son de hecho recursivas (o Turing-computables), no significa que *todas* las funciones computables lo sean.

Por esta razón requerimos de argumentos de otro tipo para justificar la tesis, es decir, argumentos que no estén basados solo en evidencia empírica. En el caso de la tesis de Church-Turing se ha ofrecido un argumento que es señalado por Mendelson:

> The host of notions proposed as equivalents of effectively computable function have all turned out to be equivalent. This seems to show that the underlying intuitive target notion has been hit. (Mendelson, 1990, p.228)

Por su parte, Seoane al discutir la Tesis de Hilbert ofrece un argumento del mismo tipo, y lo que dice aplica perfectamente, de un modo análogo, en la discusión sobre la tesis de Church-Turing:

> The coincidence[[18]] would show there is no idiosyncratic or arbitrary delimitation of the definitional innovation: from an extensional point of view, the core of the pre-theoretical concept has been preserved. Otherwise, that exact extensional coincidence of elucidatory efforts would be a miracle. (Seoane, 2017, p.1415)

Respecto de la tesis de Church-Turing, la coincidencia extensional entre la clase de las funciones recursivas y las funciones Turing-computables sólo podría ser explicada como un milagro si no fuera porque dichas elucidaciones estaban orientadas por el mismo concepto intuitivo de función computable[19]. El argumento ofrece evidencia respecto de la identidad del

---

con una perspectiva carnapiana, no es *posible* ofrecer un argumento concluyente del enunciado de la tesis debido a la naturaleza misma del concepto pre-teórico: su vaguedad. Así pues, un argumento tal debería poder delimitar con precisión ese concepto a efectos de compararlo extensionalmente con el concepto teórico; pero, en tal caso, el concepto pre-teórico dejaría de ser tal, pues dejaría de ser un concepto vago. Por su parte, de acuerdo con una perspectiva kreiseliana, es posible dar argumentos informales, pero *potencialmente* concluyentes, a favor de las tesis. El punto central de esta perspectiva es que la naturaleza vaga del concepto pre-teórico no excluye la posibilidad de obtener un argumento que sea a la vez *riguroso* e *informal*. Sobre esas cuestiones, véase Carnap (1962, capítulo 1), Kreisel (1967), Mendelsson (1990), Gómez-Torrente (2008) y Kripke (2013).

[18] Aquí se está refiriendo a la coincidencia entre distintos sistemas formales de prueba.

[19] Mendelson (1990, p.228) señala que un argumento de este tipo no tiene por qué ser absolutamente concluyente porque podría darse que las elucidaciones han estado orientadas por el mismo concepto C, aunque C no

concepto intuitivo que se pretendía capturar, enfatizando que la tesis establece una relación entre *ese* concepto y sus contrapartes formales[20]. De este modo, ofrece un cierto tipo de evidencia conceptual, en la medida en que lo que se pone de manifiesto es la identidad del concepto pre-teórico por detrás de distintos procesos de elucidación. Este tipo de estrategia justificacional se ha recogido en el punto (III.B).

Ahora bien, si los conceptos teóricos han *capturado* el concepto pretendido, se refuerza la coextensionalidad entre dichos conceptos teóricos y el concepto pre-teórico; es decir, el concepto teórico de función recursiva (o Turing-computable) no deja ningúna función computable (en el sentido pre-teórico) afuera de su extensión.

El punto (IV) señala una estrategia únicamente de *crítica* elucidatoria que contrasta con el carácter positivo de las estrategias (III.A) y (III.B). Es decir, mientras que las últimas pretenden ofrecer argumentos a favor de la tesis de Church-Turing, (IV) apunta únicamente a describir una estrategia argumental *contra* la tesis. Una motivación para discriminar dichas estrategias de esa manera radica en que (III.A) y (III.B) no son consideradas usualmente como siendo concluyentes dentro de una perspectiva elucidatoria de la tesis[21]. Dada esta situación, la tesis sigue estando abierta a un posible contraejemplo, es decir, a una discrepancia extensional entre el concepto pre-teórico y el concepto teórico. Dicho de otro modo, la tesis nunca está cerrada a la posibilidad de una *crítica extensional*, es decir, a que se presente un caso de función computable que no quede bien representada mediante una función recursiva. En este caso es habitual hablar de un problema de *subgeneración*[22].

Es importante señalar que las estrategias de justificación y crítica están vinculadas entre sí. En este sentido, reforzar una tesis mediante un argumento conceptual (del tipo III.B) nos puede llevar a desestimar una crítica extensional (del tipo IV); dicho de otro modo, la evaluación de una tesis, en particular, la tesis de Church-Turing, se realiza tomando integralmente las características señaladas. Por último, estas cuatro características que hemos señalado respecto de la tesis de Church-Turing se considerarán como las coordenadas elucidatorias a partir de las cuales discutiremos la Tesis Generalizada de Tarski el resto del artículo.

2.2. La tesis de Church-Turing según Beall y Restall

En esta subsección vamos a mostrar que Beall y Restall entienden la tesis de Church-Turing dentro de las coordenadas elucidatorias que señalamos en la subsección anterior, es decir, que el modo en que plantean la tesis junto con las estrategias argumentales que señalan para discutir la misma se adecuan a los puntos I-IV. Beall y Restall dicen que esta tesis es un enunciado bicondicional y, en particular:

---

necesariamente tendría que ser el concepto pretendido. Por otra parte, es importante destacar que el trabajo de Church y Turing se desarrolló de manera independiente.

[20] En este punto es importante aclarar que esta estrategia de justificación involucra una afirmación sobre la *identidad* del concepto pre-teórico, que es una cuestión intensional. No obstante, la finalidad de la argumentación es mostrar la coincidencia extensional entre el concepto pre-teórico y el concepto teórico, y es por esta razón que la estrategia III.B no está enfrentada con el punto II.

[21] Incluso si tomáramos una perspectiva kreiseliana los argumentos solo serían *potencialmente* concluyentes.

[22] Seoane (2006, 2017) habla de subgeneración (cuando el concepto formal no capta un caso legítimo desde el punto de vista pre-teórico) y sobregeneración (cuando el concepto formal tiene dentro de su extensión un caso que no es legítimo desde un punto de vista pre-teórico), para hablar de las posibles críticas extensionales que puede sufrir una Tesis. Sub/sobre generación es una terminología que introduce Etchemendy (1990) y que otros autores han seguido utilizando, por ejemplo, Beall y Restall (2000). El problema de la subgeneración o de un posible contraejemplo en el caso de la tesis de Church-Turing, se mencionará brevemente en la siguiente subsección.

> [...] to make precise a common but imprecise notion. Specifically, the thesis enjoins us to understand the informal notion of computability in terms of the class of recursive functions, which enjoys a precise definition. (Beall y Restall, 2006, p. 23)

Se aprecia el reconocimiento de que hay dos tipos de conceptos, uno pre-teórico y otro teórico ("formal", para el caso), donde solamente el segundo constituye una definición precisa, al tiempo que este también nos permite "comprender" el primero. Así pues, suscriben a la característica (I) de la sección anterior, pues el bicondicional introduce una relación entre un concepto pre-teórico y otro teórico, al tiempo que este último es epistémicamente superior al primero.

Beall y Restall también enfatizan que la tesis no puede ser justificada por medio de argumentos *concluyentes*, pues

> [...] the everyday concept of computability is not amenable to such conclusive proof. Instead, the thesis may be justified by showing that the formal, precise notion of recursiveness plays the role filled by the informal notion of computability. (ibid.)

La tesis no es demostrable en virtud de la naturaleza del concepto pre-teórico ("concepto cotidiano"). En efecto, su vaguedad le impide formar parte de un argumento concluyente; sin embargo, es posible ofrecer "evidencia" de que el concepto pre-teórico puede ser *sustituido* por el concepto teórico. En virtud de esto, podemos decir que Beall y Restall destacan la característica (II) de la sección anterior; esto encuentra mayor confirmación en virtud de que los autores pasan a considerar las estrategias argumentativas basadas en que la tesis consiste en un enunciado bicondicional. Por un lado, destacan la estrategia que en la sección anterior calificamos de "no problemática"[23]. Por otra parte, consideran las estrategias de justificación III. A, III. B y la estrategia de crítica señalada en IV, como aparece en el siguiente extenso pasaje en el cual se encuentran entrelazadas:

> [...] different ways of defining computable functions (say, by way of Turing machines, register machines, or other abstract and general computational devices) always produce recursive functions. Given that no non-recursive function can be computed by such devices, orthodoxy concludes that the Church–Turing Thesis is true. (However, it is true that every orthodoxy has a heterodoxy. Some proponents of *hyper*-computation hold that more than the recursive may be computed, by way of computational devices with extraordinary capacities: for example, the ability to compute an infinite number of operations in a finite duration[[24]].) (Beall y Restall, 2006, p. 26)

La posición ortodoxa respecto de la tesis de Church-Turing, que surge del pasaje anterior, sustenta su posición en las estrategias mencionadas. Por un lado, el defensor de la tesis sostiene que la equivalencia entre los distintos formalismos que elucidan el concepto de función computable permite justificar la tesis (estrategia III.B). Por otra parte, la posición ortodoxa está abierta a una crítica extensional (IV), es decir, a la posibilidad teórica de que se dispute la tesis mostrando un concepto de computabilidad más amplio, como puede ser el concepto de hipercomputación. Sin embargo, la posición ortodoxa puede desestimar una crítica extensional de ese tipo y seguir sosteniendo su posición en base al argumento conceptual (III.B), además de señalar que las funciones recursivas hacen bien su trabajo, es decir, que no dejan afuera

[23] Es decir, que toda instancia del concepto teórico es una instancia del concepto pre-teórico.
[24] Un ejemplo de "heterodoxia" sería, a su juicio, la defensa de la *hipercomputación*. A este respecto, véase Copeland (2002).

casos relevantes conocidos en la práctica; es decir, el defensor de la ortodoxia puede poner en obra la estrategia de defensa III.A.

Desde luego, es importante discriminar que sea poco probable hallar un contraejemplo para la tesis de Church-Turing de la posibilidad de criticar la tesis mediante dicha estrategia. En todo caso, Beall y Restall destacan que las estrategias justificaciones no son concluyentes y por eso resulta comprensible que utilicen la expresión "ortodoxia" para referirse a quienes sostienen la tesis frente a los pretendidos contraejemplos de la "heterodoxia". En síntesis, el modo en que Beall y Restall discuten la tesis de Church-Turing se adecua razonablemente bien a los puntos I-IV planteados en la sección anterior.

3. La Tesis Generalizada de Tarski (TGT)

Beall y Restall dicen que la Tesis Generalizada de Tarski se puede entender como una afirmación del mismo *tipo* que otras tesis, como puede ser la tesis de Church-Turing, y expresan la tesis del siguiente modo:

> Tesis Generalizada de Tarski (TGT): Un argumento es válido$_x$ si y sólo si en todos los casos$_x$ en que las premisas son verdaderas, la conclusión también lo es.

Su pluralismo lógico se sigue como consecuencia de dos pasos, por un lado, de aceptar la tesis, y por otro, de reconocer que la misma tiene por lo menos dos instancias. A continuación, en la sección 3.1 vamos a explicar sucintamente en qué consiste TGT y en la sección 3.2 señalaremos tres características de la misma que serán importantes para la discusión que desarrollaremos en la sección 4.

3.1. Breve descripción de TGT

Beall y Restall parten del siguiente análisis del concepto de validez lógica:

> We hold that deductive validity is a matter of the preservation of truth in all cases. An argument is valid when there is no counterexample to it: that is, there is no case in which the premises are true and in which the conclusion is not true. (Beall y Restall, 2006, p. 23)

Los autores reconocen que el núcleo de esta idea tiene una larga tradición que puede encontrarse en Leibniz, desde luego en Bolzano, y en su expresión contemporánea en el análisis tarskiano del concepto de consecuencia lógica. Esta última será fundamental para el planteo pluralista que los autores expresan mediante la Tesis Generalizada de Tarski. Veamos de qué modo.

Considerando el análisis de Tarski del concepto de consecuencia lógica podemos decir que un argumento formado por un conjunto de premisas P y una conclusión C es lógicamente válido si *todo* modelo de las premisas P* (formalizadas en un lenguaje formal) es también modelo de la conclusión C* (formalizada en dicho lenguaje formal). En este sentido, podríamos expresar esto mediante una tesis, a saber, la Tesis de Tarski:

> Un argumento ⟨P,C⟩ es Tarski-válido si y solo si todo modelo de P* también es modelo de C*.

Ahora bien, refiriéndose a la Tesis de Tarski dicen que "we take this to be an instance of GTT", es decir, que consideran a la Tesis de Tarski como un caso particular de la Tesis Generalizada de Tarski, a saber, como una instancia de:

> Un argumento ⟨P,C⟩ es válido$_x$ si y solo si para todo caso$_x$ donde P* son verdaderas C* también lo es.

En este sentido, una instancia o especificación de TGT es una *tesis restringida* o específica que surge de una determinada especificación de caso$_x$. En particular, la *Tesis de Tarski* surgiría cuando especificamos caso$_x$ como *estructura conjuntística* y definimos *verdad en una estructura* del modo tradicional en que definimos la semántica teórico-modélica. Luego, para dicha especificación de caso$_x$ y verdad en un caso$_x$, definimos consecuencia lógica del modo habitual, es decir, como consecuencia teórico-modélica. Luego, si C* es consecuencia teórico-modélica de P* entonces decimos que el argumento ⟨P,C⟩ es Tarski-válido (por medio de la formalización del argumento). De este modo obtendremos el concepto de validez tarskiana que vendría a instanciar el lado izquierdo del bicondicional, es decir, el lugar de válido$_x$. Así, al instanciar caso$_x$ también instanciamos válido$_x$, es decir, instanciamos ambos lugares que aparecen en el bicondicional de TGT[25].

Ahora bien, especificar *caso$_x$* no es otra cosa que introducir una semántica formal, es decir, definir de un modo matemáticamente preciso qué es un *caso* y *verdad en un caso*. Un modo habitual de hacer esto es mediante el concepto de *estructura conjuntística* y *verdad en una estructura* con el cual podemos obtener un concepto preciso de consecuencia lógica correspondiente con una lógica clásica. Lo que señalan Beall y Restall es que este procedimiento se puede realizar para distintas semánticas formales, obteniendo distintas lógicas. Por ejemplo, si definimos *caso* y *verdad en un caso*, mediante el concepto de *situación* y *verdad en una situación*, podemos obtener un concepto preciso de consecuencia lógica correspondiente con una lógica de relevancia, es decir, con una lógica no clásica. Esta especificación de TGT se podría expresar como: un argumento es *relevantemente* válido si y sólo si en toda *situación* en la cual las premisas son verdaderas la conclusión es verdadera[26].

Desde luego, el pluralismo de Beall y Restall se sigue de aceptar que tenemos más de una instancia de la tesis. Ahora bien, lo que tienen en común todos los sistemas lógicos que pueden especificar caso$_x$ en el contexto de TGT es que definen consecuencia lógica como *preservación de la verdad en todos los casos*[27] y ese es el núcleo del concepto de consecuencia lógica que queda capturado en TGT.

3.2. Tres características de TGT

A continuación, vamos a introducir tres características que resultan importantes para comprender TGT y para analizar su problemático estatus como tesis, lo cual será discutido en la sección 4.

(i) *Una especificación de caso$_x$ permite encontrar un caso particular de válido$_x$.*

---

[25] Beall y Restall plantean de este modo la relación entre caso$_x$ y válido$_x$. Profundizaremos un poco sobre este punto en la característica (i) que desarrollaremos a continuación.

[26] Beall y Restall (2006, p. 53).

[27] Beall y Restall también introducen lo que ellos llaman *condiciones de admisibilidad* para ser un sistema lógico. Dichas condiciones pretenden rescatar la idea de que un sistema lógico debe reflejar algún sentido de formalidad, modalidad y normatividad. No entraremos en estas condiciones de admisibilidad porque a los efectos de este artículo solo nos alcanza con señalar que el núcleo de la especificación de TGT está en la preservación de la verdad en todos los casos.

Tal como se mencionó anteriormente, al especificar caso$_x$ estamos especificando una semántica formal y un concepto preciso de consecuencia lógica. En este punto, (i) señala que, para obtener una instancia de TGT, es necesario y suficiente especificar *caso$_x$*, pues, al hacer esto especificamos también *válido$_x$* y, con ello, especificamos también un sentido de consecuencia lógica en el lenguaje natural. Así pues, esta característica concierne a las instanciaciones de TGT. Beall y Restall adscriben explícitamente a (i) cuando afirman que "particular precisifications[[28]] are gained *only* when case$_x$ is specified" (Beall y Restall, 2006, p. 29. Énfasis añadido).

Esta característica de TGT no es accidental o contingente, sino que está íntimamente relacionada con la filosofía pluralista de Beall y Restall; en particular, responde a una toma de posición sustantiva respecto a la evaluación de argumentos particulares en un lenguaje natural; según ellos, *solo* podemos juzgar un argumento en lenguaje natural con base en una determinada lógica[29]:

> We take it that there are arguments that are valid according to one logic, and invalid according to another, and that there is no further fact of the matter as to whether the argument is really valid. For me, that question makes no more sense than to ask whether a function on the real line is really smooth, without saying more about the notion of smoothness. (Restall, 2002, p. 426)

Restall dice explícitamente que los argumentos son válidos "according to one logic", pues "there is no further fact of the matter as to whether the argument is really valid". De este modo, no tiene sentido preguntarse si un argumento es "realmente válido". En otras palabras, no contamos con un nivel de articulación de "validez" más profundo o básico que la ofrecida por los sistemas lógicos, y es por esto que un argumento en lenguaje natural es *válido en* una lógica, si el mismo ha sido formalizado en dicha lógica y el correspondiente argumento formalizado es formalmente válido. En efecto:

> For arguments of English (or any other natural language), validity is inherited by way of *formalisation*. We define *truth-in-a-model* for sentences of English by the standard processes of regimentation of those sentences, thereby achieving an account of *formal validity* for natural language arguments. Call that account the *Tarskian account of validity of arguments in natural language*. (Beall y Restall, 2006, p. 39)

De este modo, cuando consideramos una correcta especificación de caso y obtenemos un concepto formal de consecuencia lógica, también obtenemos un sentido específico de validez en el lenguaje natural por medio de un proceso de formalización. Es decir, al instanciar o especificar caso$_x$ también instanciamos válido$_x$, es decir, obtenemos un sentido de validez en el lenguaje natural. Por lo tanto, al obtener dos especificaciones de TGT también obtenemos dos sentidos de validez en el lenguaje natural: "There appear to be *at least* two senses of 'validity' or 'follows from' that correspond to admissible instances of GTT." (Beall y Restall, 2006, p. 30).

---

[28] Vale aclarar que la palabra "precisifications" es muy poco común en inglés, aunque la misma aparece en algunos contextos técnicos vinculados a la filosofía de la lógica y del lenguaje, por ejemplo, en la discusión sobre vaguedad. Beall y Restall la utilizan varias veces a lo largo de Beall y Restall (2006) con el sentido de "hacer precisa" una expresión o concepto vago. Véase el uso de esta expresión de un modo paradigmático en Beall y Restall (2006, p. 27), cuando discuten, justamente, el caso de los predicados vagos.

[29] Beall y Restall reconocen que la posición que defienden en el libro conserva esencialmente (aunque, desde luego, con refinamientos) lo que han dicho en Beall y Restall (2000, 2001) y en Restall (2002).

Así pues, cada sistema lógico que legítimamente instancie TGT ofrecerá un sentido legítimo de consecuencia lógica en el lenguaje natural, y en eso consiste, justamente, su posición pluralista, como queda claro en el siguiente pasaje:

> [...] provided that each of the noted senses of 'validity' corresponds to an admissible instance of GTT, there are at least two relations of logical consequence (in English), and so logical pluralism follows. (Beall y Restall, 2006, p. 31)

Como ya dijimos, aquí no vamos a discutir esta posición filosófica. Lo único que destacamos respecto de este punto es que un concepto de consecuencia lógica en el lenguaje natural (un sentido de "seguirse de") se encuentra a partir de un determinado concepto formal de consecuencia lógica por medio de un proceso de formalización. Dicho de otra manera, una lógica "proyecta" un sentido específico de validez en el lenguaje natural; o lo que es lo mismo, al especificar caso$_x$ (es decir, al obtener un concepto formal de consecuencia lógica que legítimamente pueda instanciar TGT) obtenemos por añadidura válido$_x$ (un sentido de consecuencia lógica en el lenguaje natural) por medio de un proceso de formalización.

(ii) *TGT es un esquema de tesis*

Si consideramos la Tesis de Tarski del siguiente modo:

> un argumento ⟨P,C⟩ es Tarski-válido si y solo si todo modelo de P* también es modelo de C*.

Podemos decir que TGT surge a partir de la Tesis de Tarski mediante un proceso de generalización introduciendo un *marcador de posición* (*placeholder*), a saber, *caso$_x$*, donde en la Tesis de Tarski aparece *modelo*, el cual sería solo un modo de especificar caso$_x$. En este sentido, TGT se puede entender como un *esquema de tesis* en el cual aparecen dos marcadores de posición (o *placeholders*) del tal modo que, por un lado, estos marcadores de posición no son expresiones que en sí mismas tenga un contenido bien asentado (contienen variables)[30]; por otro lado, TGT no es una expresión "saturada" ni "cuantificada", por lo que, si se quiere, resulta análoga a una "fórmula abierta" (a diferencia de sus instancias). Beall y Restall reconocen este carácter esquemático de TGT, al tiempo que por esta misma razón manifiestan cierto reparo al calificarla de "tesis", cuando acotan que "this 'thesis' is only a recipe for specific accounts of consequence [*i.e. instancias de TGT*]" (Beall y Restall, 2006, p. 29)[31].

Así pues, este carácter esquemático de TGT es indisociable de su generalidad, pero, a pesar de que esto último sugiere cautela respecto a considerarla como el *enunciado* de una tesis, ellos continuamente se refieren a TGT como una "tesis". En todo caso, TGT se puede entender como un *esquema de tesis* en el cual aparecen dos marcadores de posición (o *placeholders*) del tal modo que al ser especificado caso$_x$ obtenemos por añadidura válido$_x$, como fue señalado anteriormente. Luego, cada vez que instanciamos el esquema obtenemos una tesis particular.

[30] En la sección 3.1.3 de *Logical Pluralism* Beall y Restall distinguen entre expresiones "asentadas" [*settled*] y no asentada [*unsettled*], donde estas últimas son caracterizadas como "vagas" en sentido técnico, es decir, susceptibles de la paradoja del sorites. De este modo, los marcadores de posición son expresiones no asentadas, mientras que las restantes expresiones en TGT son asentadas.

[31] Véase también la página 26 del mismo libro.

(iii) *TGT es una condición prescriptiva o condición de adecuación*

Ahora bien, el rol que tiene TGT dentro del planteo de Beall y Restall es el de ofrecer un *esquema* cuyas instancias se puedan entender como distintos enfoques para el concepto de consecuencia lógica, las cuales estarán restringidas por un núcleo común capturado en TGT, a saber, la *preservación de la verdad en todos los casos*. En este sentido, decimos que TGT es usada como condición prescriptiva porque *impone* condiciones para lo que es propiamente una *lógica*, es decir, para lo que se entiende por lógica en un sentido legítimo.

En este punto debemos señalar que Beall y Restall distinguen entre *instancias (o especificaciones)* de TGT e instancias *admisibles* de TGT[32]. Una descripción rigurosa de esta distinción está más allá del objetivo de este artículo, pero a los efectos de este trabajo, la mera *instanciación* de TGT es suficiente para señalar el rol de TGT como *condición prescriptiva*, es decir, que impone una restricción precisa sobre lo que cuenta como concepto formal de consecuencia lógica. Muy sucintamente, para obtener una mera *instancia* de TGT se requiere una especificación de *caso*$_x$ y *verdadero en un caso*$_x$, es decir, se requiere definir una semántica formal[33]; por ejemplo, como hemos dicho, una instanciación teórico-modélica lleva a especificar lo primero por medio de una estructura conjuntística, mientras que lo segundo concierne a las condiciones de verdad para las sentencias del lenguaje en una estructura. Aquí obtenemos un concepto formal de consecuencia lógica, a saber, el concepto de consecuencia teórico-modélica, que desde luego se define como preservación de la verdad en todos los modelos.

Ahora bien, cualquier concepto formal de consecuencia lógica que instancie la tesis estará *restringido por la condición*, a saber, deberá definir consecuencia lógica como *preservación de la verdad en todos los casos*. Por esta razón, inmediatamente estará comprometido con algunas propiedades de dicha relación de consecuencia lógica, como puede ser la *reflexividad* y la *transitividad*. De este modo, un sistema lógico en el cual se defina consecuencia lógica sin alguna de esas propiedades no será una lógica legítima, según el enfoque de Beall y Restall, porque no podría instanciar TGT[34].

Así pues, si el núcleo conceptual de la relación de consecuencia lógica consiste en la preservación de la verdad en todos los casos, entonces los argumentos del tipo *A, por lo tanto, A*, serán considerados lógicamente válidos por la reflexividad de la relación de consecuencia. Ahora bien, aunque tuviéramos "buenas razones" para construir un sistema lógico que los catalogue como "inválidos", dicho sistema no podría considerarse una lógica en un sentido legítimo[35]. En otras palabras, el compromiso con TGT, en cuanto *condición prescriptiva*, justificaría negarle el estatus de "lógica" a esas construcciones teóricas. Este es el rol de TGT que es señalado con la característica (iii).

Así pues, podemos apreciar que (iii) señala una característica fundamental de TGT, según la entienden Beall y Restall, ya que el "núcleo conceptual" de la relación de consecuencia se expresa en el rol prescriptivo anteriormente descrito. Además, su pluralismo lógico se sigue de aceptar que hay al menos dos instancias admisibles diferentes de TGT (Beall y Restall, 2006, p. 35).

---

[32] Véase, Beall y Restall (2006, p. 35). *Grosso modo*, una instancia admisible de TGT debe, según Beall y Restall, poder explicar cómo una relación de consecuencia lógica incorpora las tradicionales notas de *necesidad*, *normatividad* y *formalidad* (Beall y Restall, 2006, capítulo 2). A este respecto, el punto de Beall y Restall es que TGT contribuye a explicar cómo una relación de consecuencia lógica, obtenida por medio de la instanciación de la tesis, es necesaria, normativa y formal (véase Beall y Restall, 2006, p. 24).

[33] Como hemos dicho, es suficiente con atenernos únicamente a las instanciaciones de TGT, dejando a un lado la "admisibilidad" de las mismas.

[34] Para ejemplos de lógicas no reflexivas, véase Errol y Meyer (1982), Meyer y Errol (1992), French (2022) y Pailos (2022). Para ejemplos de lógicas no transitivas, véase Tennant (1994), French (2022) y Pailos (2022).

[35] En la sección 4.2 volveremos sobre esta cuestión.

Esta característica (iii) parece introducir una novedad respecto del enfoque elucidatorio de la tesis de Church-Turing de la sección 2, pues allí no se hizo referencia a una "condición prescriptiva" o "condición de adecuación". No obstante, esta novedad no tiene por qué excluirse *a priori* de la discusión elucidatoria de la sección 2; en efecto, podría pensarse que, aun cuando consideremos TGT no tanto como el enunciado de una tesis, sino como una *condición prescriptiva*, la misma podría admitir modos de justificación o crítica elucidatoria que se adecuan a III-IV. Luego, aun cuando TGT no sea el enunciado de una tesis, esta no queda completamente excluida del paradigma de discusión elucidatoria que la tesis Church-Turing representa. En otras palabras, podría pensarse que, aunque TGT no es un enunciado del mismo tipo que la tesis de Church-Turing, la analogía se sustentaría en que las estrategias de justificación y crítica que señalamos en los puntos III y IV también podrían aplicarse sobre TGT[36].

De lo expuesto a lo largo de esta sección podemos concluir que las características (i)-(iii) son intrínsecas al modo en que Beall y Restall entienden TGT. Por otra parte, estas características motivan algunas sospechas iniciales respecto de la asimilación de TGT al tipo de afirmación que es la tesis de Church-Turing; en efecto, la característica (i) sugiere que las instancias de TGT resisten la posibilidad de ser el objeto de una crítica elucidatoria, mientras que (ii) sugiere que TGT no es el enunciado de una tesis. Finalmente, (iii) indica que TGT es una condición prescriptiva para un concepto riguroso de consecuencia lógica. Así pues, podemos preguntarnos si TGT admite ser justificada u objetada según las estrategias III-IV de la sección 2.1. La próxima sección ofrecerá argumentos y consideraciones para evaluar esta posibilidad.

4. TGT ante el enfoque elucidatorio

En esta sección vamos a examinar TGT a partir del enfoque elucidatorio de la sección 2.1, es decir, enfrentando TGT a las características I-IV. El propósito es identificar con cierto detalle la dificultad de elaborar una analogía entre TGT y la tesis de Church-Turing. A tales efectos, vamos a realizar el análisis en dos partes: en la sección 4.1 vamos a argumentar por qué TGT y sus instancias no son afirmaciones del mismo tipo que la tesis de Church-Turing. En la sección 4.2 vamos a abordar TGT, ya no como enunciando una tesis, sino como una "condición prescriptiva" que delimita lo que se entiende legítimamente como sistema lógico, tal como fue considerado en la característica (iii) de la sección anterior. Luego, a partir de considerar TGT de este modo, vamos a analizar en qué sentido se le puede aplicar las estrategias de justificación y crítica mencionadas en la sección 2.1.

4.1. El estatus de la TGT y sus instancias

La TGT no establece una relación entre un concepto pre-teórico y un concepto teórico, como si lo hace el enunciado de la Tesis de Church-Turing. En particular, el enunciado de TGT no afirma una relación entre un concepto pre-teórico y un concepto teórico epistémicamente superior al primero, tal como se indica en (I); en particular, ni válido$_x$ ni caso$_x$ se pueden considerar conceptos teóricos. Ahora bien, a pesar de que esas expresiones sean "marcadores

[36] Téngase presente que, como caso paradigmático, la discusión elucidatoria sobre la tesis Church-Turing no tiene límites estrictos sobre lo que debe considerarse como Tesis, es decir, se trata de una discusión que podría incorporar aspectos novedosos provenientes de Tesis que conservan características del caso paradigmático de Tesis, pero que no conservan todas. Véase sección 1.

de posición” (*placeholders*) como sostienen Beall y Restall (2006, p. 26), consideremos que sean conceptos en algún sentido, por ejemplo, que tienen un significado en el contexto de TGT (es decir, que son expresiones “no asentadas”). Entonces, (I) nos llevaría a afirmar que uno de ellos es epistémicamente superior, es decir, que se trataría de un concepto teórico. Este concepto teórico no puede ser válido$_x$ porque este concepto sólo es preciso una vez que caso$_x$ se ha especificado debido a la característica (i). Luego, el concepto teórico debería ser caso$_x$, pero, caso$_x$ no es un concepto teórico, pues solo se convierte en un concepto teórico cuando TGT es especificada. Por lo tanto, TGT no puede considerarse como el enunciado de una tesis de un modo análogo a la Tesis de Church-Turing, ya que no podemos entender la misma según la característica (I) señalada en la sección 2.1. Así pues, a diferencia de la Tesis de Church-Turing, TGT expresaría un *esquema de tesis*, tal como fue considerado en la característica (ii). Por otra parte, las instancias de la TGT, que podrían denominarse *tesis particulares*, tampoco parecen ser tesis en el sentido de la sección 2 o, al menos, la analogía entre ellas es problemática. La razón estriba en lo siguiente: por un lado, en el modo en que se establece la relación entre una instancia de *caso*$_x$ y la instancia de *válido*$_x$ –i.e. un sentido específico de validez en el lenguaje natural– para establecer una tesis particular (característica (ii) de la sección 3.2). Por otro, en las consecuencias que tiene tal modo de establecer dicha relación respecto de las estrategias de justificación y sobre todo de crítica de una tesis particular (estrategia IV, sección 2.1). Lo primero implica que el concepto pre-teórico de validez no tiene una extensión *dada*, pues el concepto específico de validez (una instancia de *válido*$_x$) obtiene una extensión *luego* de que se especifica o se instancia *caso*$_x$; de este modo, la extensión del concepto pre-teórico es una “proyección” del concepto teórico. Esto tiene consecuencias para la adecuada comprensión de (II) y la potencia de la estrategia de crítica (IV) respecto de la tesis de Church-Turing (véase sección 2.1); en otras palabras representa una dificultad para elaborar la analogía. El caso es que la “proyección” mencionada afecta el sentido de la equivalencia, ya que en el caso de las tesis particulares no hay nada análogo a lo que ocurre con la Tesis de Church-Turing, a saber, la problematicidad que surge al afirmar que toda función computable es recursiva. De este modo, en este escenario la estrategia de crítica elucidatoria (IV) perdería su potencia crítica, pues, ¿cómo podría un concepto teórico de validez *no capturar* parte de la extensión del correspondiente concepto pre-teórico si esta última es proyectada por el concepto teórico? En nuestra opinión, esta pregunta carece de sustancia (y eventualmente de sentido) en el contexto de las instancias de TGT. En efecto, la prioridad que Beall y Restall parecen otorgarle al concepto teórico desarticula el sentido de la equivalencia de la tesis de Church-Turing y en consecuencia resulta difícil sostener que las instancias de TGT son análogas a esa tesis, pues “tergiversan” el significado de (II) y (IV).

4.2. Estrategias de justificación y crítica elucidatoria en TGT

Si consideramos la característica (iii) podemos entender la TGT como una *condición prescriptiva* o *condición de adecuación* que restringe lo que podemos entender por un sistema propiamente lógico, a saber, un sistema que ofrezca un enfoque sobre la consecuencia lógica que permita encontrar un sentido de validez en el lenguaje natural. Entendiendo la TGT en este sentido, veamos la relación de la TGT con los puntos III y IV señalados en la sección 2.1.

Si la condición de adecuación o condición prescriptiva que establece TGT permite recoger como instancias de la misma todos los sistemas lógicos que actualmente son considerados por la comunidad de lógicos y filósofos de la lógica, entonces esto se puede considerar como una evidencia empírica a favor de la tesis. Dicho de otra manera, es una evidencia empírica a favor de que *la transmisión de la verdad en todos los casos* es aquello que los lógicos reconocen como el *núcleo* de la consecuencia lógica; siendo así, la comunidad de lógicos y filósofos de la lógica no estará dispuesta a reconocer como un sistema lógico a un sistema que no cumpla con dicha condición establecida por la tesis. Esta estrategia de justificación queda recogida en la sección 2.1, en el punto III.A, pues, se trata de un argumento similar al que se utiliza con la tesis de Church-Turing, diciendo que la misma se ve reforzada mientras no se encuentren funciones computables que no sean Turing-computables.

Consideremos ahora la estrategia III. B. Los autores consideran que la preservación de la verdad en todos los casos es la característica más fundamental del concepto de consecuencia lógica, y eso simplemente se expresa en que es el enfoque ampliamente aceptado para tratar dicho concepto[37]. Podría pensarse que una justificación tipo III.B de TGT apuntaría a concluir que la "preservación de verdad en todos los casos" es una característica *común* de lo que propiamente podemos llamar *lógica*, o sistema lógico. De este modo, así como en el caso de Church-Turing concluimos que existe un concepto *común* de función computable vinculado con los conceptos teóricos de recursividad y Turing-computable, una estrategia análoga para TGT afirmaría la existencia de esa condición común, es decir, del núcleo del concepto de consecuencia lógica como preservación de la verdad en todos los casos, a partir de constatar que tal característica es común a los sistemas lógicos. No obstante, en el primer caso esa afirmación se basa en un *resultado* matemático, mientras que en el segundo se basa en la *observación* de la práctica. Ahora bien, si una defensa de TGT en términos de III.B se entiende, al menos tentativamente, en estos términos, es decir, sustituyendo un resultado por la observación, entonces podría objetarse que esa diferencia *basta* para concluir que no se trata genuinamente de una estrategia tipo III.B. En vez de eso, estaríamos nuevamente ante III.A. De todas formas, este argumento no pretende ser concluyente al respecto, sino únicamente motivar la conjetura de que aplicar III.B para defender TGT es, al menos, problemático.

Aunque Beall y Restall consideran que efectivamente TGT establece un límite para lo que se considera propiamente como lógica (o sistema lógico) y que dicho límite está de acuerdo con la práctica establecida, esto no se plantea como un límite *a priori*, ya que estarían dispuestos a abandonar la Tesis frente a un cambio radical en la práctica lógica[38]. Esto último refuerza la conjetura de que la defensa de TGT transita por medio de una estrategia de tipo III.A, en vez de una estrategia de tipo III.B.

Antes de finalizar esta sección vamos a examinar la posibilidad de una crítica elucidatoria de TGT en términos de la estrategia IV. En otras palabras: ¿podemos ofrecer una crítica elucidatoria de TGT que apunte a la adecuación extensional de la misma? ¿Qué sería un *contraejemplo* para TGT? Esta es sin duda una cuestión muy delicada, incluso en relación con la tesis de Church-Turing; en efecto, una posición "ortodoxa", como dicen Beall y Restall tendería a sostener la *verdad* de la misma desestimando los posibles contraejemplos; por ejemplo, diciendo que la noción de hipercomputación no es una elucidación del concepto pre-teórico de función computable.

Esta situación parece bastante análoga a la que se presenta en relación con un contraejemplo para TGT. En efecto, supongamos que algunos lógicos postulan un determinado sistema formal, C, que refleja algún aspecto relevante de la práctica inferencial, pero cuyo concepto teórico de consecuencia lógica no respeta la preservación de la verdad en todos los casos. En otras palabras, supongamos que C no es una instancia de TGT, v. g. el concepto de consecuencia lógica en C no es transitivo. La pregunta es si C es un *contraejemplo* a TGT; en este escenario estamos ante una disyunción, que de un modo rudimentario se puede plantear así: o bien, lo aceptamos como un sistema genuinamente lógico, lo tomamos como un

[37] Beall y Restall (2000, 2006) motivan esto a partir de los manuales de lógica; en particular, Jeffrey (1991, p. 1).
[38] Beall y Restall dicen que el límite entre los sistemas propiamente lógicos y los sistemas lógicos por cortesía o aire de familia es *revocable* (2006, p.91). De este modo, los autores no rechazan *a priori* la existencia de otras nociones de consecuencia que rivalicen con TGT, pues se trata de una cuestión *empírica*. Nuestro punto es señalar esto último en relación con III.A, más que evaluar si es acertado.

contraejemplo y abandonamos TGT; o bien, lo descartamos como sistema genuinamente lógico, lo descartamos como contraejemplo, y seguimos sosteniendo que TGT es *verdadera*.

En este punto, Beall y Restall claramente abrazan la ortodoxia, tal como queda claro en la siguiente cita:

> The given kinds of non-transitive or irreflexive systems of 'logical consequence' are logics by courtesy and by family resemblance, where the courtesy is granted via analogy with logics *properly* so called. Non-transitive or non-reflexive systems of 'entailment' may well model interesting phenomena, but they are not accounts of *logical consequence*. (Beall y Restall, 2006, p.91)[39]

Por lo tanto, la situación con IV resulta análoga a lo observado en relación con la estrategia III.A, a saber, ambas estrategias parecen ser análogamente aplicables a TGT y a la tesis de Church-Turing como estrategias de crítica y justificación, respectivamente.

De este modo, en esta sección hemos examinado TGT desde un enfoque elucidatorio en dos sentidos. Por un lado, considerando TGT y sus instancias como el enunciado de una "tesis"; es decir, como una afirmación del mismo tipo que la tesis de Church-Turing. A este respecto, la sección 4.1 muestra que no son afirmaciones del mismo tipo y la razón de ello radica en que tanto el enunciado TGT, como los enunciados que son instancias de ella (tesis particulares), no admiten ser tratadas según I-IV. Por otra parte, la sección 4.2 aborda TGT, no como enunciando una tesis, sino simplemente como una "condición prescriptiva". En este caso, se observó que una defensa de la misma, es decir, una justificación de que la preservación de la verdad en todos los casos es el núcleo conceptual común subyacente a las instancias admisibles de la misma, puede ser llevada a cabo por medio de la estrategia III.A. Así mismo, también se mostró que la estrategia de crítica elucidatoria IV tiene un estatus similar que en las discusiones sobre la tesis de Church-Turing. De este modo, la condición de adecuación expresada en TGT resulta asimilable a estas estrategias de justificación y crítica consideradas en la sección 2.1 para el caso de la tesis de Church-Turing. Por último, también se mostró que una estrategia justificacional paradigmáticamente asociada a la tesis de Church-Turing (III.B), no parece ser aplicable en la defensa de TGT.

---

[39] Esta frontera que establecen Beall y Restall respecto a las propiedades de *transitividad* y *reflexividad* de la relación de consecuencia lógica puede tener un sesgo dogmático (y poco pluralista) que sería bueno considerar y analizar críticamente con mejores argumentos, ya que tampoco se trata de un punto que esté demasiado elaborado por los autores. Nuestro punto no demanda juzgar su corrección; no obstante, varias son las cuestiones involucradas aquí: por un lado, que sea la *verdad* la propiedad que se transmite de premisas a conclusión, en vez de "contenido" (información) o "no falsedad" (lógicas multivaluadas), por ejemplo, es un rasgo de ortodoxia que es difícil de justificar (cfr. Beall y Restall, 2006, p. 14). Por otra parte, además de la transitividad y la reflexividad, también la monotonía (*weakening*) suele considerarse dentro de las propiedades constitutivas (y estructurales) de la noción de consecuencia lógica, pero la última es rechazada por los relevantistas; luego, la restricción de Beall y Restall parece ser *ad hoc*, pues si incluyeran la monotonía dejarían fuera la lógica de la relevancia, cosa que no pretenden hacer. Finalmente, Beall y Restall nunca se enfrentan a la pregunta por las *condiciones de identidad* de un sistema lógico, pero parecen admitir que un concepto teórico de validez determina una clase de argumentos (esquemas) válidos según ella. *Grosso modo*, la clase de esquemas válidos de la lógica clásica es *distinta* de la clase correspondiente a la lógica intuicionista. Ahora bien, las lógicas *ST* no tienen propiedad subestructural de la transitividad, pero la adición de un predicado veritativo transparente de la lógica clásica le permite recuperar *todas* las instancias de argumentos clásicamente válidos (véase Cobreros, Egré, Ripley, *et al.*, 2012 y Barrio, Pailos y Szmuc, 2020). Por lo tanto, Beall y Restall tendrían que aceptar que el "fenómeno *ST*" captura la clase "validez clásica" pero rechazar que se trate de una lógica genuina debido a que no respeta la propiedad de transitividad.

5. Conclusiones

La Tesis Generalizada de Tarski es el modo mediante el cual Beall y Restall plantean su pluralismo lógico. Dicha tesis es presentada por analogía con otras tesis, en particular, con la tesis de Church-Turing, por lo cual, asumen una cierta homogeneidad entre ambas tesis, como si la Tesis Generalizada de Tarski no introdujera ninguna diferencia sustantiva. En este trabajo cuestionamos el considerar dicha analogía acríticamente. A tales efectos, hemos argumentado, por un lado, que TGT introduce diferencias respecto de la tesis de Church-Turing que no son explícitamente discutidas en el planteo de Beall y Restall, es decir, que de algún modo son invisibilizadas. Por otro lado, dichas diferencias pueden afectar a la comprensión de su pluralismo lógico, sobre todo, en la medida en que ponemos atención en aspectos metodológicos de su filosofía. De este modo, nuestro trabajo ha pretendido iluminar un aspecto por el que Beall y Restall pasan rápidamente, a saber, si la Tesis Generalizada de Tarski es una tesis en un sentido razonablemente parecido al que se ha utilizado en el caso de la tesis de Church-Turing.

Si consideramos que las características señaladas en 2.1 son generalmente aceptadas cuando se discute la tesis de Church-Turing, e incluso, son aceptadas por Beall y Restall como fue señalado en 2.2, podríamos pensar que esas características también se aplican, o están involucradas, en la discusión sobre la Tesis Generalizada de Tarski, en la medida en que consideramos que ambas tesis tienen un parecido suficiente como para respaldar la analogía. Sin embargo, en la sección 3 y en la sección 4.1 hemos argumentado que las características de TGT impiden que la podamos tratar como una tesis en el mismo sentido que la tesis de Church-Turing, ya que no podemos aplicar sobre TGT el mismo enfoque elucidatorio que aplicamos sobre la tesis de Church-Turing. Así pues, podemos decir que la Tesis Generalizada de Tarski no es una afirmación del *mismo tipo* que la tesis de Church-Turing.

Por otra parte, en la sección 3.2, en la característica (iii), consideramos la Tesis Generalizada de Tarski como una *condición prescriptiva*, es decir, como estableciendo condiciones que *debe* cumplir una lógica para ser considerada una explicación de la consecuencia lógica. En este sentido, TGT permite establecer un límite entre lo que son lógicas en un sentido legítimo y lo que son lógicas por "aire de familia". Ahora bien, si consideramos que TGT es una condición prescriptiva, podemos justificar la misma, como señalamos en 4.2, mediante estrategias similares a las que aplicamos cuando pretendemos justificar la tesis de Church-Turing. En este sentido, se puede sostener parcialmente la analogía, a saber, aunque se trate de afirmaciones de distinto tipo pueden defenderse con estrategias similares.

Beall y Restall tienen una actitud cauta cuando dicen que la Tesis Generalizada de Tarski es solo una tesis entre comillas y que más bien se trataría de un esquema que permite restringir aquello que legítimamente consideramos como lógica. Sin embargo, siguen utilizando la palabra "tesis", por lo cual, podemos preguntarnos si existe algún sentido legítimo en que podemos decir que la Tesis Generalizada de Tarski es una tesis, más allá de una mera etiqueta. El único modo en que Beall y Restall justifican utilizar la palabra "tesis" es la analogía con la tesis de Church-Turing, que como hemos mostrado funciona parcialmente.

Todo esto conduce a pensar que se abren dos caminos. El primero de ellos es considerar que la Tesis Generalizada de Tarski *no es* realmente una tesis, o por lo menos, no lo es en el mismo sentido en que se ha utilizado el concepto de tesis en la discusión sobre la tesis de Church-Turing. En este caso, la palabra "tesis" señalaría solo un cierto parecido parcial con algún aspecto de la tesis de Church-Turing, y tendría una función más nominal que teórica. El otro camino es considerar que la Tesis Generalizada de Tarski *es* una tesis en un sentido genuino, aunque en un sentido diferente y posiblemente innovador respecto de la tesis de Church-Turing. En este caso, se debería explicar con mayor profundidad el enfoque elucidatorio en el que este nuevo sentido aparece.

Referencias

Barrio, E. A., Pailos, F., & Szmuc, D. (2020). A hierarchy of classical and paraconsistent logics. *Journal of Philosophical Logic*, *49*, 93-120.
Beall, J. C., y Restall, G. (2006). *Logical Pluralism*. Oxford University Press, Oxford.
Beall, J.C., y Restall, G. (2000). Logical Pluralism. *Australasian Journal of Philosophy*, *78*, 475–493. http://consequently.org/writing/pluralism
Boolos, G. S., Burgess, J. P., y Jeffrey, R. C. (2002). *Computability and Logic*. Cambridge university press.
Carnap, R. (1962). Logical Foundations of Probability. The University of Chicago Press.
Carnap, R. (2014). *Logical Syntax of Language*. Routledge.
Church, A. (1936). An Unsolvable Problem of Elementary Number Theory. *Journal of Symbolic Logic* 1 (2):73-74.
Cobreros, P., Egré, P., Ripley, D., & van Rooij, R. (2012). Tolerant, classical, strict. *Journal of Philosophical Logic*, *41*, 347-385.
Copeland, B. J. (2002). Hypercomputation in the Chinese Room. In *Unconventional Models of Computation: Third International Conference, UMC 2002 Kobe, Japan, October 15–19, 2002 Proceedings*. Springer Berlin Heidelberg, pp. 15-26.
De Benedetto, M. (2021). Explication as a Three-Step Procedure: the case of the Church-Turing Thesis. *European Journal for Philosophy of Science*, 11(1), 21.
Etchemendy, J (1999). *The Concept of Logical Consequence*. CSLI Publications.
French, R. (2022). Metasequents and Tetravaluations. *J Philos Logic* 51, 1453–1476.
Gómez-Torrente, M. (2008). Are There Model-Theoretic Logical Truths that are not Logically True. En Patterson, D. (Ed.). (2008) *New Essays on Tarski and Philosophy*, Oxford University Press, pp. 340-68.
Jeffrey, Richard C. (1991). *Formal Logic: Its Scope and its Limits*. McGraw Hill, Third edition, 1991.
Kleene, S. C. (1987). Reflections on Church's thesis. *Notre Dame Journal of Formal Logic*, *28*(4), 490-498.
Kreisel, G. (1967). Informal Rigour and Completeness Proofs. En *Studies in Logic and the Foundations of Mathematics* (Vol. 47, pp. 138-186). Elsevier.
Kripke, S. A. (2013). The Church-Turing 'Thesis' as a Special Corollary of Gödel's Completeness Theorem. En Copeland, J., Posy, C. J., y Shagrir, O. (eds.) *Computability: Turing, Gödel, Church, and Beyond*, pp. 77-104.
Martin, E., y Meyer, R. (1982). Solution to the P − W Problem. *The Journal of Symbolic Logic*, *47*(4), pp. 869-887. DOI:10.2307/2273106
Mendelson, E. (1990). Second Thoughts about Church's Thesis and Mathematical Proofs. *The Journal of Philosophy*, *87*(5), 225-233. DOI: https://doi.org/10.2307/2026831
Meyer, Robert K. y Errol P. Martin (1992). On Establishing the Converse. *Logique et Analyse*, vol. 35, no. 139/140, pp. 207–22. http://www.jstor.org/stable/44085054
Murawski, R. y Wolenski, J. (2006). The Status of Church's Thesis. En A. Olszewski, J. Wolenski y R. Janusz (Ed.), *Church's Thesis After 70 Years* (pp. 310-330). Berlin, Boston: De Gruyter. https://doi.org/10.1515/9783110325461.310
Pailos, F. (2022). Empty Logics. *J Philos Logic* 51, 1387–1415.
Quine, W. V. O. (2013). Word and object. MIT Press.
Quinon, P. (2021). Can Church's thesis be viewed as a Carnapian explication?. *Synthese*, 198(Suppl 5), 1047-1074.
Restall, G. (2002). Carnap's Tolerance, Meaning, and Logical Pluralism. *The Journal of Philosophy*, *99*(8), pp. 426-443. https://doi.org/10.2307/3655622

Seoane, J. (2006). The Concept of Mathematical Elucidation: Theory and Problems. *Campinas: Universidade de Campinas, CLE e-prints*, vol. 6, no. 4, pp. 1-21. https://www.cle.unicamp.br/eprints/index.php/CLE_e-Prints/article/view/881
Seoane, J. (2017). On Mathematical Elucidation. *Revista Portuguesa de Filosofia*, *73*(3/4), pp. 1405-1422. http://www.jstor.org/stable/26291343
Seoane, J. (2020). Elucidación matemática como práctica. *Versión Cero*, 3(4), pp. 1 – 51.
Shapiro, S. (2014). *Varieties of logic*. Oxford University Press.
Tennant, N. (1994). *The Transmission of Truth and the Transitivity of Deduction*. En Dov Gabbay (ed.), *What is a Logical System?*, Volume 4 of *Studies in Logic and Computation*, Oxford University Press, pp.161–177.